



## Metody numeryczne

### Karta opisu przedmiotu

#### Informacje podstawowe

<b>Kierunek studiów</b> Informatyka Stosowana	<b>Cykl dydaktyczny</b> 2022/2023	
<b>Specjalność</b> -	<b>Kod przedmiotu</b> JINSS.li8K.d79188917b04fb6e8312c91d555b5548.22	
<b>Jednostka organizacyjna</b> Wydział Fizyki i Informatyki Stosowanej	<b>Języki wykładowe</b> polski	
<b>Poziom kształcenia</b> Studia inżynierskie I stopnia	<b>Obligatoryjność</b> Obowiązkowy	
<b>Forma studiów</b> Stacjonarne	<b>Blok zajęciowy</b> Przedmioty kierunkowe	
<b>Profil studiów</b> Ogólnoakademicki	<b>Przedmiot powiązany z badaniami naukowymi</b> Tak	
<b>Koordynator przedmiotu</b>	Tomasz Chwiej	
<b>Prowadzący zajęcia</b>	Tomasz Chwiej	
<b>Okres</b> Semestr 4	<b>Forma zaliczenia</b> Egzamin	<b>Liczba punktów ECTS</b> 6
	<b>Forma prowadzenia i godziny zajęć</b> Wykład: 30 Ćwiczenia laboratoryjne: 30	

#### Cele kształcenia dla przedmiotu

C1	przekazanie studentom wiedzy z zakresu podstawowych metod numerycznych
C2	nabycie przez studentów umiejętności posługiwania się metodami numerycznymi tj. ich implementacji na komputerze w celu rozwiązywania prostych zadań numerycznych

## Efekty uczenia się dla przedmiotu

Kod	Efekty w zakresie	Kierunkowe efekty uczenia się	Metody weryfikacji
<b>Wiedzy - Student zna i rozumie:</b>			
W1	Student zna i rozumie podstawy matematyczne metod numerycznych używanych do rozwiązywania układów równań liniowych i nieliniowych, przeprowadzania interpolacji i aproksymacji, całkowania numerycznego, wyznaczania wartości i wektorów własnych macierzy, wyznaczania minimum funkcji oraz generowania liczb pseudolosowych. Student posiada wiedzę dotyczącą złożoności obliczeniowej wybranych metod numerycznych.	INS1A_W01	Egzamin
W2	Student posiada wiedzę dotyczącą błędów numerycznych, ich wpływu na dokładność obliczeń oraz umie oszacować ich wielkość dla kilku wybranych metod. Student posiada wiedzę dotyczącą sposobów wykorzystania metod numerycznych w nauce i technice	INS1A_W01, INS1A_W04	Egzamin
<b>Umiejętności - Student potrafi:</b>			
U1	Student potrafi wykorzystać znane mu metody numeryczne do rozwiązania postawionego zadania numerycznego. Do realizacji tego zadania używa stworzonej przez siebie aplikacji komputerowej oraz wykorzystuje gotowe procedury ze znanych mu bibliotek numerycznych.	INS1A_U05, INS1A_U06	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych, Sprawozdanie
U2	Student potrafi w sposób jakościowy i ilościowy prezentować wyniki obliczeń numerycznych, dokonać ich krytycznej analizy oraz na podstawie posiadanej wiedzy i zdobytego doświadczenia określić wady i zalety metod numerycznych użytych do rozwiązania konkretnego zadania numerycznego	INS1A_U01, INS1A_U02, INS1A_U06	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych, Sprawozdanie
U3	Student potrafi skonstruować algorytm numeryczny dla prostego zadania numerycznego, wykorzystuje posiadaną wiedzę dotyczącą złożoności obliczeniowej oraz dokładności użytych metod numerycznych w celu uzyskania optymalnego rozwiązania	INS1A_U06	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych
<b>Kompetencji społecznych - Student jest gotów do:</b>			
K1	Student inicjuje dyskusję w grupie oraz aktywnie w niej uczestniczy, zadaje pytania, proponuje alternatywne sposoby rozwiązania problemu, swoje argumenty logicznie uzasadnia	INS1A_K01	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych
K2	Student wykazuje się samodzielnością oraz własną inwencją w trakcie rozwiązywania zadań zleczanych mu przez prowadzącego	INS1A_K01	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Cele przedmiotu: 1) przekazanie podstawowej wiedzy o metodach używanych w obliczeniach numerycznych oraz 2) nabycie umiejętności implementowania algorytmów numerycznych na komputerze

## Nakład pracy studenta

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane aktywności
Wykład	30
Ćwiczenia laboratoryjne	30
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	50
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2
Przygotowanie projektu, prezentacji, pracy pisemnej, sprawozdania	40
<b>Łączny nakład pracy studenta</b>	<b>Liczba godzin</b> 152
<b>Liczba godzin kontaktowych</b>	<b>Liczba godzin</b> 60

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Treści programowe

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
-----	-------------------	-----------------------------------	-------------------------

1.	<p>1. Błędy w obliczeniach numerycznych. Algorytmy numeryczne.: Własności zapisu zmiennopozycyjnego. Klasyfikacja błędów numerycznych. Szacowanie błędów zaokrąglenia. Zadanie i algorytm numeryczny. Uwarunkowanie zadania. Stabilność algorytmów numerycznych. Złożoność obliczeniowa algorytmów.</p> <p>2. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi: Normy wektorów i macierzy. Metoda eliminacji Gaussa i Jordana, postępowanie odwrotne. Uwarunkowanie zadania rozwiązania układu równań liniowych. Wyznaczanie rozkładów LU, <math>LDL^T</math>, <math>LL^T</math> oraz wykorzystanie ich do rozwiązania układu równań. Iteracyjne poprawianie rozwiązania. Rozwiązywanie układów równań liniowych nadokreślonych poprzez przekształcenie do układu normalnego oraz z wykorzystaniem rozkładu QR. Wyznaczenie rozkładu QR macierzy metodą Grama-Schmidta.</p> <p>3. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami iteracyjnymi: Proste metody iteracyjne: metoda Jacobiego, metoda Gaussa-Seidla, metoda nadrelaksacji. Macierze iterujące i przyspieszanie zbieżności (preconditioning). Metoda sprzężonego gradientu. Metoda najszybszego spadku. Zbieżność metod iteracyjnych.</p> <p>4. Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy: Lokalizacja wartości własnych, zastosowanie metody potęgowej z redukcją macierzy, sprowadzanie macierzy hermitowskich do postaci trójdzielnej metodą Householdera i Lanczosa, sprowadzanie macierzy kwadratowej do postaci Hessenberga metodą eliminacji Gaussa, rozkład QR metodą Householdera, wyznaczanie wartości własnych metodą bisekcji, wyznaczanie wartości i wektorów własnych metodą QR. Schemat rozwiązania uogólnionego problemu własnego.</p> <p>5. Rozwiązywanie równań nieliniowych i ich układów: Ogólny wzór metody iteracyjnej i jej zbieżność. Wyznaczanie pojedynczych i wielokrotnych pierwiastków rzeczywistych równania nieliniowego metodami: połowienia, Regula Falsi, siecznych, Newtona. Przyspieszanie zbieżności w metodzie liniowej. Rozwiązywanie układu równań nieliniowych metodą Newtona i metodą siecznych. Wyznaczanie zer wielomianów metodą iterowanego dzielenia wielomianów.</p> <p>6. Interpolacja: Idea interpolacji wielomianowej. Wzór interpolacyjny Lagrange'a, oszacowanie błędów wzoru interpolacyjnego. Efekt Rungego. Optymalny dobór węzłów interpolacji, wielomiany Czebyszewa. Ilorazy różnicowe, różnice progresywne, różnice wsteczne. Wzory interpolacyjne Newtona. Interpolacja funkcjami sklejanymi.</p> <p>7. Aproksymacja: Aproksymacja jednostajna i średniokwadratowa. Aproksymacja średniokwadratowa w bazach: jednomianów, wielomianów ortogonalnych, funkcji trygonometrycznych, funkcji sklepanych. Aproksymacja Padego.</p> <p>8. Minimalizacja wartości funkcji: Funkcja celu. Metody bezgradientowe: metoda złotego podziału, metoda sympleks. Metoda interpolacji Powella. Metody gradientowe: metoda największego spadku, metoda gradientów sprzężonych, metoda Newtona. Minimalizacja z ograniczeniami, metoda funkcji kary. Przykłady.</p> <p>9. Szybka transformacja Fouriera: Szereg Fouriera, korelacja i splot funkcji. Dyskretna transformacja Fouriera. Ogólny algorytm FFT, algorytm Radix-2 w jednym i w dwóch wymiarach. Przykłady zastosowań FFT: szybkie mnożenie wielomianów, filtracja sygnału, obliczanie całek.</p> <p>10. Całkowanie numeryczne przy użyciu kwadratur Newtona-Cotesa i kwadratur Gaussa: Interpolacja funkcji podcałkowej wielomianem interpolacyjnym. Kwadratury Newtona-Cotesa: wzór trapezów, wzór parabol, wzory złożone. Szacowanie błędów kwadratur Newtona-Cotesa. Ekstrapolacja Richardsona, metoda Romberga. Metoda całkowania adaptacyjnego. Kwadratury Gaussa. Całkowanie funkcji wielu zmiennych.</p> <p>11. Generatory liczb pseudolosowych: Liniowe, nieliniowe i kombinowane generatory o rozkładzie równomiernym. Przykłady generatorów: multiplikatywny, Fibonacciego, Tauswortha, uniwersalny. Generowanie liczb pseudolosowych o dowolnym ciągłym lub dyskretnym rozkładzie prawdopodobieństwa, metody: odwracania dystrybucyj, eliminacji, superpozycji rozkładów. Generator liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym w wielowymiarowej kuli. Parametry statystyczne generatorów. Testowanie generatorów. o rozkładzie równomiernym, test chi-kwadrat, testy zgodności rozkładów statystyk.</p> <p>12. Całkowanie numeryczne metodą Monte Carlo: Podstawowa metoda MonteCarlo całkowania numerycznego, metoda orzeł-reszka, szacowanie błędów metody. Zwiększanie efektywności metody MC, metoda losowania ważonego, metoda zmiennej kontrolnej, metoda losowania warstwowego, metoda obniżania krotności całki. Przykłady szacowania wartości całek metodą MC.</p>	W1, W2, U2, U3, K1	Wykład
----	---	--------------------	--------

2.	<p>1. Rozwiązywanie układów równań liniowych metodą eliminacji: Na zajęciach należy napisać program, którego zadaniem będzie rozwiązywanie układu równań liniowych metodą eliminacji Gaussa lub Jordana oraz wyznaczenie macierzy odwrotnej (poprzez rozwiązanie n układów równań). W programie należy wykorzystać procedury dostępne w bibliotece Numerical Recipes.</p> <p>2. Rozkład LU macierzy: Na zajęciach należy napisać program, który:  a) wyznacza rozkład LU macierzy  b) przy użyciu macierzy L i U rozwiązuje zadany układ równań liniowych  W programie należy wykorzystać procedury dostępne w bibliotece Numerical Recipes.</p> <p>3. Iteracyjne rozwiązywanie układów równań liniowych: Na zajęciach należy zaprogramować schemat iteracyjnego rozwiązywania układu równań liniowych. W programie należy wykorzystać rzadkość macierzy układu w celu minimalizacji nakładu obliczeń w metodzie iteracyjnej</p> <p>4. Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy symetrycznych metodami bezpośrednimi: Na zajęciach należy napisać program, którego zadaniem będzie:  a) sprowadzenie symetrycznej macierzy kwadratowej o elementach rzeczywistych do postaci trójdzielnej  b) wyznaczenie wartości i wektorów własnych macierzy trójdzielnej  c) wykonanie transformacji wektorów własnych macierzy trójdzielnej w celu wyznaczenia wektorów własnych macierzy pierwotnej  W programie należy wykorzystać procedury z dostępnej biblioteki numerycznej.</p> <p>5. Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy symetrycznych metodami iteracyjnymi: Należy zaimplementować jedną z metod iteracyjnych przeznaczonych do wyznaczania wartości i wektorów własnych macierzy.</p> <p>6. Wyznaczanie pojedynczych i wielokrotnych pierwiastków równania nieliniowego: Na zajęciach należy zaprogramować wskazane przez prowadzącego algorytmy iteracyjnego poszukiwania pojedynczych i wielokrotnych pierwiastków równania nieliniowego.</p> <p>7. Interpolacja wielomianowa: Na zajęciach należy napisać program, który dla określonego zestawu położeń węzłów i wartości funkcji wyznaczy współczynniki wielomianu interpolacyjnego. Następnie program należy zmodyfikować tak aby zapewniał on optymalizację położeń węzłów ze względu na minimalizację błędu interpolacji.</p> <p>8. Interpolacja w bazie funkcji sklepanych: Na zajęciach należy zaprogramować jedną z metod wykorzystujących funkcje sklepane (wielomiany trzeciego stopnia) do interpolacji przebiegu funkcji.</p> <p>9. Aproksymacja: Na zajęciach należy zaprogramować algorytm numerycznego wyznaczania współczynników funkcji aproksymującej w zaproponowanej przez siebie bazie funkcyjnej. Wyboru bazy funkcji aproksymujących, optymalnej dla rozważanego problemu, należy wykonać na podstawie analizy zachowania funkcji aproksymowanej.</p> <p>10. Poszukiwanie minimum wartości funkcji: Na zajęciach należy zaprogramować, wskazany przez prowadzącego algorytm iteracyjnego poszukiwania minimum wartości funkcji z wykorzystaniem odpowiedniego kryterium stopu. Przy użyciu tego programu student ma za zadanie określić położenie minimum zadanej funkcji.</p> <p>11. Szybka transformacja Fouriera: Na zajęciach należy napisać program, którego zadaniem będzie wyznaczanie dyskretnej transformaty Fouriera oraz transformaty odwrotnej przy użyciu algorytmu FFT. W programie należy wykorzystać procedury z dostępnej biblioteki numerycznej.</p> <p>12. Całkowanie numeryczne przy użyciu kwadratur Newtona-Cotesa: Na zajęciach należy zaprogramować metodę całkowania numerycznego z wykorzystaniem wzorów złożonych trapezów i parabol oraz zastosować prosty schemat adaptacyjnego obliczania wartości całki.</p> <p>13. Całkowanie numeryczne przy użyciu kwadratur Gaussa: Na zajęciach należy zaprogramować metodę całkowania numerycznego z wykorzystaniem kwadratur Gaussa-Legendre'a, Gaussa-Laguerre'a, Gaussa-Hermite'a. Do wyznaczenia położeń węzłów kwadratury oraz jej współczynników należy wykorzystać procedury z dostępnej biblioteki numerycznej.</p> <p>14. Generatory liczb pseudolosowych: Na zajęciach należy wygenerować kilka ciągów liczb pseudolosowych dla zadanych przez prowadzącego rozkładów prawdopodobieństwa oraz wykonać odpowiednie testy statystyczne w celu określenia ich przydatności w obliczeniach numerycznych.</p> <p>15. Całkowanie metodą Monte Carlo: Na zajęciach należy zaimplementować jeden z algorytmów do generowania ciągu liczb pseudolosowych i wykorzystać go w metodzie Monte Carlo w celu numerycznego oszacowania wartości całki i jej błędu.</p>	U1, U2, U3, K1, K2	Ćwiczenia laboratoryjne
----	---	--------------------	-------------------------

## Informacje rozszerzone

### Metody i techniki kształcenia:

Mini wykład

Rodzaj zajęć	Metody zaliczenia	Warunki zaliczenia przedmiotu
Wykład	Egzamin	zdany egzamin końcowy
Ćwiczenia laboratoryjne	Wykonanie ćwiczeń laboratoryjnych, Sprawozdanie	pozytywna ocena końcowa liczona jako średnia z ocen cząstkowych obejmujących aktywność i sprawozdania

### Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu

Zasady zaliczania zajęć: a) Ćwiczenia laboratoryjne Na każdych zajęciach student samodzielnie realizuje projekt według kolejności podanej w opisie modułu - szczegóły projektu ustala prowadzący zajęcia. Na zajęciach studenci oceniani są z przygotowania teoretycznego oraz ze stopnia realizacji projektu w trakcie zajęć (tzw. aktywność). Jeżeli student nie zrealizuje całego projektu na zajęciach, wówczas jest on zobowiązany do jego dokończenia w domu. Student zobowiązany jest także do przesłania w formie elektronicznej sprawozdania z danych zajęć do prowadzącego w ciągu tygodnia od ich ukończenia. Każde sprawozdanie z zajęć jest oceniane. Aktywność, przygotowanie teoretyczne i sprawozdania są oceniane w skali od 0 do 100 punktów. Końcowa punktacja z ćwiczeń laboratoryjnych obliczana jest jako średnia arytmetyczna wszystkich punktów uzyskanych przez studenta. Przeliczenie końcowego wyniku punktowego na ocenę następuje zgodnie ze skalą przeliczeniową zamieszczoną w regulaminie studiów AGH. Uwaga: na pierwszych zajęciach nie jest wystawiana ocena z aktywności, oceniane jest natomiast sprawozdanie z tych zajęć. Nieusprawiedliwiona nieobecność na zajęciach skutkuje wystawieniem 0 punktów z aktywności z danych zajęć, nie zwalnia jednak studenta z terminowego nadesłania sprawozdania z tych zajęć. Gdy nieobecność na zajęciach laboratoryjnych jest usprawiedliwiona, wówczas ilość punktów otrzymanych z aktywności z danych zajęć nie jest brana pod uwagę przy obliczaniu końcowego wyniku punktowego z ćwiczeń laboratoryjnych pod warunkiem że ilość nieobecności usprawiedliwionych nie przekracza dwóch w ciągu całego semestru. W przypadku większej niż dwie ilości nieobecności nieusprawiedliwionych, student jest zobowiązany do odrobienia zajęć (tj. aktywności i nadesłania sprawozdań z tych zajęć) w terminach poprawkowych. W przypadku nieobecności usprawiedliwionej (nie więcej niż dwie w ciągu semestru) jest on zobowiązany do przesłania sprawozdania z danych zajęć do prowadzącego w ciągu tygodnia od pojawienia się na kolejnych zajęciach, sprawozdanie to jest oceniane. Podstawowym terminem uzyskania zaliczenia jest koniec zajęć w danym semestrze. Przy braku zaliczenia w terminie podstawowym student może dwukrotnie przystąpić do poprawkowego zaliczenia. Na każdym z terminów poprawkowych, student może poprawiać tj. powiększyć wynik punktowy (aktywność+sprawozdanie+przygotowanie teoretyczne) tylko z jednego wybranego projektu, z którego student uzyskał wynik poniżej 50 punktów (wyliczaną jako średnia arytmetyczna z tych 3 ocen). Osoby odrabiające zajęcia w terminach poprawkowych (nieobecności usprawiedliwione), po uzyskaniu zgody prowadzącego, mogą realizować więcej niż jeden projekt w ciągu jednego terminu. Punkty uzyskane w terminie poprawkowym zastępują te poprzednie z „poprawianych” projektów tzn. są one uwzględniane podczas ponownego wyliczania końcowego wyniku punktowego i oceny końcowej z laboratorium. Terminy poprawkowe ustala prowadzący zajęcia laboratoryjne. Student, który bez usprawiedliwienia opuścił więcej niż dwa zajęcia i nie uzyskał z ćwiczeń laboratoryjnych zaliczenia (ocena niedostateczna), może zostać pozbawiony przez prowadzącego zajęcia możliwości poprawkowego zaliczenia zajęć. Od takiej decyzji prowadzącego zajęcia student może się odwołać do prowadzącego przedmiot (moduł) lub Dziekana. b) Egzamin - Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest wcześniejsze uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń laboratoryjnych. Egzamin przeprowadzany jest zgodnie z Regulaminem Studiów AGH § 16.

### Sposób obliczania oceny końcowej

Oceny z ćwiczeń laboratoryjnych (L) oraz z egzaminu (E) obliczane są następująco: procent uzyskanych punktów przeliczany jest na ocenę zgodnie z Regulaminem Studiów AGH. Ocena z egzaminu wyliczana po zaliczeniu w drugim terminie (tzw. pierwszy termin poprawkowy):  $E = 0.2 * (\text{pierwszy termin}) + 0.8 * (\text{drugi termin})$  Ocena z egzaminu wyliczana po zaliczeniu w trzecim terminie (tzw. drugi termin poprawkowy):  $E = 0.2 * (\text{pierwszy termin}) + 0.2 * (\text{drugi termin}) + 0.6 * (\text{trzeci termin})$  Uwaga: Jeżeli po zdaniu egzaminu w jednym z terminów poprawkowych, średnia ważona z wszystkich terminów będzie niższa niż 3.0, wówczas należy przyjąć  $E=3.0$  przy obliczaniu oceny końcowej. Ocena końcowa (OK) obliczana jest jako średnia ważona ocen z egzaminu (E) i z ćwiczeń laboratoryjnych (L):  $OK = 0.55 \times E + 0.45 \times L$

### Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach: a) ćwiczenia laboratoryjne - nieobecność na ćwiczeniach laboratoryjnych wymaga od studenta samodzielnego opanowania przerabianego na tych zajęciach materiału i przesłania sprawozdania prowadzącemu zajęcia w ciągu tygodnia od pojawienia się na kolejnych zajęciach. b) obecność na wykładzie - zgodnie z Regulaminem Studiów AGH

## Wymagania wstępne i dodatkowe

- Umiejętność programowania w języku C
- Znajomość podstaw algebry liniowej (operacje na wektorach i macierzach)
- Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego w zakresie podstawowym
- Znajomość podstaw rachunku prawdopodobieństwa i statystyki

### Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa

Wykład: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia laboratoryjne: Studenci wykonują ćwiczenia laboratoryjne zgodnie z materiałami udostępnionymi przez prowadzącego. Student jest zobowiązany do przygotowania się w przedmiocie wykonywanego ćwiczenia, co może zostać zweryfikowane kolokwium w formie ustnej lub pisemnej. Zaliczenie zajęć odbywa się na podstawie zaprezentowania rozwiązania postawionego problemu.

## Literatura

### Obowiązkowa

1. W.H. Press et al.- "Numerical recipes : the art of scientific computing", Cambridge University Press 2007
2. Z. Fortuna, B. Macukow, J. Wąsowski - „Metody numeryczne”, WNT, Warszawa 1993

### Dodatkowa

1. R. Wieczorkowski, R. Zieliński - "Komputerowe generatory liczb losowych", WNT, Warszawa 1997
2. A. Ralston - "Wstęp do analizy numerycznej", PWN, Warszawa 1971

## Badania i publikacje

### Publikacje

1. T. Chwiej, K. Kutorasiński, "Effect of Coulomb correlation on electron transport through a concentric quantum ring-quantum dot structure", Phys. Rev. B 81, 165321 (2010) - rozwiązanie cząstkowego równania różniczkowego metodą Galerkina w bazie gaussowskiej (diagonalizacja macierzy operatora energii), optymalizacja parametrów bazy funkcyjnej, przeprowadzenie symulacji czasowej zachowania układu dwóch cząstek (rozwiązanie RRCz) przy wykorzystaniu metody spektralnej
2. T. Chwiej, B. Szafran, "Signatures of antibonding hole ground states in exciton spectra of vertically coupled quantum dots in an electric field", Phys. Rev. B 81, 075302 (2010) - zastosowanie metody Galerkina do rozwiązania problemu własnego w czterowymiarowej przestrzeni, optymalizacja rozwiązań przy wykorzystaniu zasady wariacyjnej
3. T. Chwiej and B. Szafran, "Schrodinger-Poisson calculations for scanning gate microscopy of quantum rings based on etched two-dimensional electron gas", Phys. Rev. B 87, 085302 (2013) - rozwiązanie problemu własnego w bazie funkcyjnej, numeryczne rozwiązanie cząstkowego równania różniczkowego (rów. Poissona) przy użyciu FFT
4. T. Chwiej, "Electron motion induced by magnetic pulse in a bilayer quantum wire", Phys. Rev. B 93, 235405 (2016) - zastosowanie schematu Rungego-Kutty do rozwiązania cząstkowego równania różniczkowego (ewolucja czasowa)

## Kierunkowe efekty uczenia się

Kod	Treść
INS1A_K01	ma świadomość społecznej roli absolwenta uczelni technicznej: zachowującego się profesjonalnie i etycznie, odpowiedzialnego za siebie i zespół, ustawicznie doksztalającego się
INS1A_U01	potrafi pracować indywidualnie i w zespole, odpowiednio planując prace i korzystając z wszelkich baz danych, literatury i innych źródeł
INS1A_U02	potrafi opracować dokumentację realizowanego zadania i w czytelny sposób zaprezentować ją na forum ogólnym
INS1A_U05	potrafi wykorzystać uzyskaną wiedzę informatyczną i poznane modele matematyczne do wszechstronnej oceny i diagnostyki systemów informatycznych
INS1A_U06	potrafi dokonać algorytmizacji problemu inżynierskiego i posługując się odpowiednimi metodami i narzędziami potrafi zaprojektować i wykonać odpowiedni system informatyczny
INS1A_W01	zna i rozumie podstawowe zagadnienia z zakresu matematyki i fizyki
INS1A_W04	zna i rozumie matematyczne podstawy modelowania i projektowania komputerowego