



Algebra

Karta opisu przedmiotu

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nowoczesne Technologie w Kryminalistyce (kierunek wspólny - WIEiT, WH, WIMiC)		Cykl dydaktyczny 2025/2026	
Specjalność -		Kod przedmiotu INKTS.II1.00371.25	
Jednostka organizacyjna Wydział Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji		Języki wykładowe polski	
Poziom kształcenia Studia inżynierskie I stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów Stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty podstawowe	
Profil studiów Ogólnoakademicki		Przedmiot powiązany z badaniami naukowymi Tak	
Koordynator przedmiotu	Agnieszka Górlich		
Prowadzący zajęcia	Agnieszka Górlich, Łukasz Czech		
Okres Semestr 1	Forma zaliczenia Egzamin	Liczba punktów ECTS 5	
	Forma prowadzenia i godziny zajęć Wykład: 28 Ćwiczenia audytoryjne: 28		

Cele kształcenia dla przedmiotu

C1	Zapoznanie studentów z podstawami algebry liniowej.
----	---

Efekty uczenia się dla przedmiotu

Kod	Efekty w zakresie	Kierunkowe efekty uczenia się	Metody weryfikacji
Wiedzy - Student zna i rozumie:			
W1	Zna pojęcie liczby zespolonej, umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej.	NKT1A_W01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
W2	Ma wiedzę z rachunku macierzowego, umie działać na macierzach, diagonalizować macierze, interpretować odwzorowania liniowe i układy równań liniowych poprzez macierze, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze.	NKT1A_W01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
W3	Ma wiedzę z rachunku wektorowego w R^n , wie co to podprzestrzeń wektorowa w R^n , jej baza, wymiar.	NKT1A_W01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
W4	Zna podstawowe pojęcia geometrii przestrzennej.	NKT1A_W01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
Umiejętności - Student potrafi:			
U1	Umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej, potrafi narysować na płaszczyźnie zespolonej interpretację geometryczną zbiorów.	NKT1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
U2	Potrafi wykonywać działania na macierzach, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze, potrafi przedstawić odwzorowanie liniowe za pomocą macierzy, diagonalizuje macierze diagonalizowalne.	NKT1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
U3	Potrafi sprawdzić, czy dany podzbiór przestrzeni R^n jest podprzestrzenią wektorową, wyznaczyć jej bazę i wymiar.	NKT1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
U4	Zna równania prostych i płaszczyzn w przestrzeni, potrafi zbadać ich wzajemne położenie.	NKT1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin
Kompetencji społecznych - Student jest gotów do:			
K1	Ma świadomość kultury matematycznej; podejmuje starania, aby przekazywać zdobytą wiedzę w sposób powszechnie zrozumiały.	NKT1A_K02	Aktywność na zajęciach, Egzamin

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Przedmiot ma na celu wprowadzenie podstawowych pojęć i twierdzeń algebry liniowej.

Nakład pracy studenta

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane aktywności
Wykład	28
Ćwiczenia audytoryjne	28
Przygotowanie do zajęć	35

Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	30
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2
Dodatkowe godziny kontaktowe	5
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 128
Liczba godzin kontaktowych	Liczba godzin 56

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Treści programowe

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
1.	Liczby zespolone - definicja liczby zespolonej, postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Działania na liczbach zespolonych. Interpretacja graficzna na płaszczyźnie zespolonej. Zasadnicze twierdzenie algebry (tw. Gaussa) i rozwiązywanie równań wielomianowych w dziedzinie zespolonej.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
2.	Teoria macierzy - definicja macierzy. Podstawowe rodzaje macierzy. Działania na macierzach. Wyznacznik macierzy kwadratowej (definicja, własności, rozwinięcie Laplace'a). Macierz odwrotna i metody jej znajdowania (metoda dopełnień algebraicznych, algorytm Gaussa). Rząd macierzy. Algorytm Gaussa sprowadzania macierzy do postaci schodkowej.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
3.	Układy równań liniowych - definicja i zapis macierzowy układu. Układy kwadratowe (tw. Cramera). Tw. Kroneckera-Capellego i tw. o układach niesprzecznych. Rozwiązywanie układów równań metodą Gaussa. Tw. o rozwiązaniach układów jednorodnych i niejednorodnych.	W1, W2, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
4.	Wektory w R^n - działania na wektorach w R^n . Zbiory wektorów liniowo niezależne. Baza w R^n . Podprzestrzenie wektorowe w R^n . Generowanie podprzestrzeni przez układ wektorów. Baza i wymiar podprzestrzeni wektorowej w R^n . Współrzędne wektora względem ustalonej bazy.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
5.	Odwzorowania liniowe - definicja odwzorowania liniowego. Jądro i obraz odwzorowania liniowego. Pojęcie monomorfizmu, epimorfizmu, izomorfizmu i endomorfizmu. Działania na odwzorowaniach liniowych.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
6.	Macierz odwzorowania liniowego - macierzowa interpretacja odwzorowania liniowego. Związki między macierzą a odwzorowaniem liniowym reprezentowanym przez tę macierz. Macierz przejścia. Zmiana macierzy odwzorowania przy zmianie baz w dziedzinie i przeciwdziedzinie. Tw. o niezmiennikach macierzy odwzorowania liniowego.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład

Lp.	Treści programowe	Efekty uczenia się dla przedmiotu	Formy prowadzenia zajęć
7.	Diagonalizacja macierzy - wektory i wartości własne endomorfizmu. Podprzestrzeń własna. WKW na diagonalizowalność endomorfizmu. Diagonalizacja endomorfizmu i macierzy.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Wykład
8.	Geometria analityczna w przestrzeni - norma euklidesowa wektora. Iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany wektorów. Równania płaszczyzny i prostej w R^3 . Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Powierzchnie stopnia drugiego w R^3 .	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Ćwiczenia audytoryjne
9.	Rozwiązywanie zadań i problemów ilustrujących tematykę wykładów. Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładu.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4, K1	Ćwiczenia audytoryjne

Informacje rozszerzone

Metody i techniki kształcenia :

Metoda zespołowa (ang. Team Based Learning), Informacja zwrotna (ang. feedback), Praca z materiałem źródłowym, Nauczanie rówieśnicze (ang. peer learning), Odwrócona klasa (ang. flipped classroom), Design thinking, Wykład, Metoda ćwiczebna (np. wykonywanie zadań przy tablicy), Praca grupowa, Mini wykład, Dyskusja, Kształcenie zdalne

Rodzaj zajęć	Metody zaliczenia	Warunki zaliczenia przedmiotu
Wykład	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin	Uzyskanie oceny pozytywnej z egzaminu
Ćwiczenia audytoryjne	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Egzamin	Uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu

Do zaliczenia ćwiczeń wymagana jest obecność na zajęciach (dopuszczone są dwie nieobecności nieusprawiedliwione) oraz pozytywne zaliczenie prac pisemnych. Do zaliczeń poprawkowych mają prawo studenci, którzy uczęszczali na zajęcia lub usprawiedliwili nadmiar nieobecności, ale nie zaliczyli pozytywnie prac pisemnych. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest uzyskanie pozytywnego zaliczenia z ćwiczeń.

W przypadku braku zaliczenia z ćwiczeń w pierwszym terminie, student ma prawo do dwóch zaliczeń poprawkowych, których sposób i termin przeprowadzenia ustala osoba prowadząca ćwiczenia w porozumieniu z wykładowcą.

Sposób obliczania oceny końcowej

Zaokrąglona średnia arytmetyczna ocen uzyskanych na wszystkich terminach (co najwyżej trzech) zaliczeń i egzaminu.

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach

Nieobecność na zajęciach wymaga od studenta samodzielnego opanowania przerabianego na tych zajęciach materiału. W wypadku nieobecności usprawiedliwionej na zajęciach obowiązkowych student może zaliczać zaległe prace pisemne w terminie dodatkowym uzgodnionym z prowadzącym zajęcia.

Wymagania wstępne i dodatkowe

Dobrze opanowana wiedza matematyczna z zakresu szkoły średniej.

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa

Wykład:

obecność obowiązkowa: nie, studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości, rejestracja audiowizualna wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

obecność obowiązkowa - tak, studenci są zobowiązani do samodzielnego przygotowania do ćwiczeń w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (obowiązkowa znajomość odpowiedniej partii materiału prezentowanego na wykładzie, wskazane zadania z zestawów), ocena pracy studenta bazuje na wypowiedziach pisemnych co przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć zgodnie z regulaminem studiów AGH, rejestracja audiowizualna wymaga zgody prowadzącego. Część wykładów i ćwiczeń może odbywać się zdalnie.

Na platformie UPEL założony zostanie kurs dla wszystkich uczestników zajęć, na którym będą publikowane informacje dotyczące zajęć, dlatego studenci są zobowiązani do zapisania się na kurs (metoda zapisu zostanie podana przez osobą prowadzącą wykład).

Literatura

Obowiązkowa

1. T. Jurlewicz, Z. Skoczyła, Algebra liniowa 1, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2002
2. T. Jurlewicz, Z. Skoczyła, Algebra liniowa 2, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2005

Dodatkowa

1. Z. Furdzik, Nowoczesna matematyka dla inżynierów. Cz. 1. Algebra

Badania i publikacje

Publikacje

1. Anti-Ramsey numbers for disjoint copies of graphs / Izolda Gorgol, Agnieszka GÖRLICH // Opuscula Mathematica ; ISSN 1232-9274. — Tytuł poprz.: Scientific Bulletins of Stanisław Staszic Academy of Mining and Metallurgy. Opuscula Mathematica. — 2017 vol. 37 no. 4, s. 567-575. — Bibliogr. s. 574-575
2. A lower bound on the size of $(\text{emph}{H}; 1)$ -vertex stable graphs / Sylwia CICHACZ, Agnieszka GÖRLICH, Mateusz NIKODEM, Andrzej ŻAK // Discrete Mathematics ; ISSN 0012-365X. — 2012 vol. 312 iss. 20, s. 3026-3029.
3. A note on an embedding problem in transitive tournaments / Agnieszka GÖRLICH, Monika PILŚNIAK // Discrete Mathematics ; ISSN 0012-365X. — 2010 vol. 310, s. 681-686.
4. A note on a packing problem in transitive tournaments / Agnieszka GÖRLICH, Monika PILŚNIAK, Mariusz WOŹNIAK // Graphs and Combinatorics ; ISSN 0911-0119. — 2006 vol. 22 iss. 2, s. 233-239. — Bibliogr. s. 239,

Kierunkowe efekty uczenia się

Kod	Treść
NKT1A_K02	Ma świadomość roli społecznej oraz zawodowej absolwenta uczelni technicznej i ważności zachowania w sposób profesjonalny, przestrzegania zasad etyki zawodowej i dbałości o dorobek i tradycje zawodu oraz poszanowania różnorodności kultur. Ma także świadomość ważności i rozumie pozatechniczne aspekty i skutki działalności inżyniera, w tym jej wpływ na środowisko, i związaną z tym odpowiedzialność za podejmowane decyzje;
NKT1A_U01	Umie posługiwać się regułami ścisłego, logicznego myślenia w analizie procesów fizycznych i technicznych Potrafi wykorzystać poznany aparat matematyczny do opisu i analizy podstawowych zagadnień fizycznych i technicznych, w szczególności - umie wykorzystać rachunek różniczkowy do obliczeń przybliżonych - umie stosować rachunek różniczkowy i całkowy do zagadnień fizyki i nauk technicznych - umie korzystać z rachunku macierzowego Potrafi zastosować wiedzę z zakresu probabilistyki do analizy danych doświadczalnych, w szczególności: - umie wyznaczać parametry zmiennych losowych i rozumie ich znaczenie, zna typowe rozkłady zmiennych losowych - umie korzystać z podstawowych metod wnioskowania statystycznego
NKT1A_W01	ma wiedzę w zakresie matematyki, obejmującą algebrę, analizę, probabilistykę oraz elementy matematyki dyskretnej i metod numerycznych, niezbędne do: opisu i analizy działania obwodów elektrycznych, układów elektronicznych, przetwarzania sygnałów oraz analizy i modelowania sieci telekomunikacyjnych. Ma uporządkowaną wiedzę w zakresie analizy matematycznej, w szczególności: -rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej zmiennej oraz jego zastosowań -rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych oraz jego zastosowań - równań różniczkowych zwyczajnych Ma uporządkowaną wiedzę w zakresie: - elementów algebry i algebry liniowej - elementów logiki - geometrii analitycznej w R2 i R3 - elementów matematyki dyskretnej Ma uporządkowaną wiedzę w zakresie probabilistyki, w szczególności: - rachunku prawdopodobieństwa - statystyki matematycznej